一元一次不等式与不等式组（2）

姓名： 日期：

**【知识点】**

1．不等式相关概念：

（1）不等式： 叫做不等式；

（2）一元一次不等式： 叫做一元一次不等式；

（3）一元一次不等式组： 叫做一元一次不等式组。

2．不等式的基本性质：

（1）若则：

（2）若，则：

（3）若则：

（4）若则： ；若 *a*≤*b*， 则*b*≥*a* ； …… （对称性）

（5）若则：；若*a*≤*b*， *b*≤*c*， 则*a*≤*c*；… （同向传递性）

3．一元一次不等式的解法

当一元一次不等式化为标准形式后

（1）当时： （2）当时：

（3）当时：若，无解；若，解为任意实数

4．一元一次不等式组的解法

可先借助数轴直观地将公共部分表示出来，再用数学式子写出解集，即先求出“组”内每个不等式的解集，然后再从“组”角度去求“不等式组”的解集，可自行总结下表：

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| 不等式组 | 数 轴 表 示 | 解 集 | 口 诀 |
|  |  |  | 大大取大 |
|  |  |  | 小小取小 |
|  |  |  | 大小、小大中间找 |
|  |  | 无解 | 大大、小小找不着 |

**【基础训练】**

1. 写出下列不等式组的解集

2. 解不等式组

3. 做一做

的解集是*x*>1，则*a*的取值范围是

的解集是*x*<1，则*a*的取值范围是

的解集是*a*<*x*<1，则*a*的取值范围是

无解，则*a*的取值范围是

4. 议一议：

①是否存在实数*x*，使得*x*+3<5，且*x*－2>4？

②若不等式的解集是2<*x*<4，那么*b*=

**【应用提高】**

1. 感受不等关系，体会最优化思想

生活中的不等关系往往是由相等关系得到的，相等关系的解决往往是不等关系解决的突破口，但真正的应用价值往往存在于不等关系中。

**例1**．用两根长度均为*l* *cm*的绳子，分别围成一个正方形和一个圆，猜想正方形和圆的面积哪个大？

分析： 显然，所围成的两图形的周长相等【**等周问题**】，如何利用周长的计算公式分别求出边长和半径，再利用面积公式进行计算比较。

（[答案](#A1)）

二、体会类比思想，轻松求解不等式

**例2**．某自来水公司按如下标准收取水费：若每户每月用水不超过，每立方米收费1.5元，超出部分则每立方米收费2元。为了节约用水节省开支，小颖家在计划用水费用支出时，规定水费不得超过15元，那么，她家这个月的用水量最多是多少？

（[答案](#A2)）

**例3**．已知不等式的正整数解是1，2，3。求的取值范围。

分析： 首先对题意要正确理解，“关于的不等式的正整数解是1，2，3”的意思是：的解集包含了正整数1，2，3，且仅有1，2，3，换句话说，用数轴表示则其解集必如图所示。

（[答案](#A3)）

三、提高认识，纠正错误

初学“解一元一次不等式”，对不等式的概念、基本性质和同解变形如果掌握不好，会出现一些错误，列举几例，以帮助同学们提高认识，辨清疑点。

|  |  |
| --- | --- |
| 甲生： 解不等式2－5*x*≥8－2*x*  解：移项，得－5*x*+2*x*≥8－2  合并同类项，得－3*x*≥6  系数化为1，得*x*≥－2 | 甲生：不等式两边除以同一个不等于零的数时，应考虑数的符号和不等式的方向，甲生就没有注意到这一点，本题中不等式的解集应为*x*≤－2 |
| 乙生： 解不等式  解：去分母，得*x*+5－1<3*x*+2  移项，合并同类项，得－2*x*<－2  系数化为1，得*x*>1。 | 乙生：在去分母时，不等式两边各项都应乘以公分母，而他漏乘了“－1”，因此导致结果错误； |
| 丙生： 解不等式  解：去分母，得6+2*x*≥30－*x*－2  移项，合并同类项，得3*x*≥22  系数化为1，得：*x*≥22/3 。 | 丙生：分数线不仅有“除号”的作用，而且也起着括号的作用，因此，去分母时，分子上的多项式要用括号括起来，丙生正好忽视了这一点； |
| 丁生： 解不等式  并把解集在数轴上表示出来。  解：去分母，得6－6*x*≤2*x*－(*x*+1)  所以*x*≥1 ，解集表示为右图所示： | 丁生： 丁生解不等式的过程是正确的，在数轴上表示解集是错误的，在数轴上表示不等式解集时，解集含有等号应画实心圆点，不含等号时应画成空心圆圈。 |

四、联系实际，体会成功

**不等式的解与不等式的解集**是两个不同的概念，在不等式的应用问题中，只有真正明确了解了它们的实际意义后，才能从解题中找出符合条件的解。

**例4**．有人问一位老师，他所教的班有多少学生，老师说：“一半的学生在学数学，四分之一的学生在学音乐，七分之一的学生念外语，还剩下不足6位同学在操场踢足球。”试问这个班共有多少位学生？

例4解 甲生：解：设这个班共有位同学，则有：

 所以，。

又因为是正整数，故这个班的同学人数不确定，只要是小于或等于55的正整数都符合条件。

乙生：解：设该班共有位同学，则：，所以， *x*<56。

又因为都是正整数，则是2，4，7的最小公倍数。所以*x*=28。

故该班学生共有28人。

注意： 在解集中寻找符号条件的解时，一定要思考周全，捕捉到的条件信息要处理准确，乙生的解答是正确的。

五、他山之石，可以攻玉

解不等式组和解方程组的方法类似吗？

**例5**．解不等式组：

（[答案](#A5)）

注意：解不等式组和方程组的方法截然不同，解不等式组，既不能用代入法，也不能用加减法，而应分别解不等式组中的每一个不等式，然后利用数轴找出他们的公共部分，在这里，老师同意乙生的评价，丙生的解答完全正确。

六、挑战自我，学以致用

设计生产方案，追求利润目标是企业决策人的一项常规技能，要想追求高额利润，找出最佳方案是基础，假若你是一家服装厂的厂长，你能设计出下面问题的最佳方案吗？

**例6**．某服装厂现有*A*种布料70m，*B*种布料52m，现计划用这两种布料生产*M*、*N*两种型号的时装共80套，已知做一套*M*型号是时装需*A*种布料0.6m，*B*种布料0.9*m*，可获利润45元；做一套*N*型号时装需要*A*种布料1.1m、*B*种布料0.4m，可获利润50元。请你设计最佳生产方案。

分析： 从题目所提供的信息知道，最佳生产方案是指：如何安排生产*M*、*N*两种型号的时装，使得所获利润最大，并且所需*A*种布料不多于70m，*B*种布料不多于52m，因此我们可将问题转化为一元一次不等式组等数学问题来解。

（[答案](#A6)）

运用数学知识解决实际问题的难点是“**数学建模**”，其方法是：从实际问题中获取必需的信息→分析、处理有关信息→将实际问题转化为数学问题（建立数学模型）→解答这个数学问题→从而解答原实际问题。

**【练习题】**

**一、填空题**

1．若，则 ；若，则 ；2006 2006（用不等号填空）；

2．不等式的解有 个，其中正整数解有 个，它们是 ；

3．根据下列数轴，写出的范围 ，并由的范围化简 ；



4.如果关于*x*的不等式组无解，则常数*a*的取值范围是\_\_\_\_\_\_\_\_.

5. 如果三角形的三边长分别是3 cm、7 cm 、*x* cm，那么*x*的取值范围是\_\_\_\_\_\_\_\_.

6. 3，1－*a*，1－2*a*，在数轴上从左到右依次排列，那么*a*的取值范围是

**二、选择题**

1．若由  得到，则一定有 （ ）

*Ａ*．　　 *Ｂ*．　　 *Ｃ*．　 *Ｄ*．为任意实数

2．若为有理数，则下列各式一定正确的是 （ ）

*Ａ*．　　 *Ｂ*．　　 *Ｃ*．　 *Ｄ*．

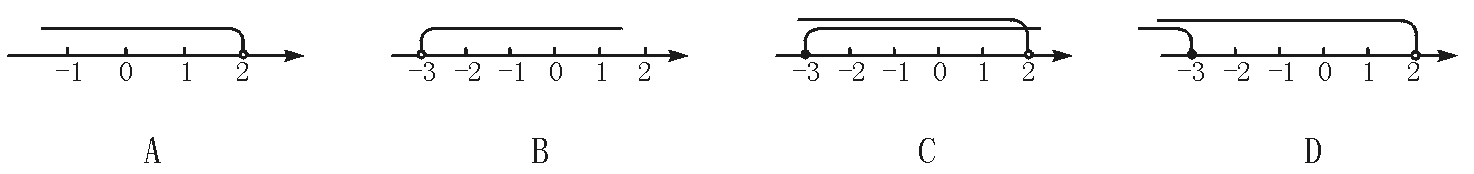
3．已知中，为正数，则的取值范围是 （ ）

*Ａ*．　　 *Ｂ*．　　 *Ｃ*．　 *Ｄ*．

4. 下列不等式组中，解集是2<*x*<3的不等式组是（ ）

*A*. *B*. *C*. *D*.

5. 不等式组的解集在数轴上表示正确的是（ ）



**三、解不等式组**

（1）  （3）

**四、综合题**

1．某学校学生外出春游，每小时走4*km*，出发后2小时，校方又紧急通知，必须在40分钟内送到，通讯员骑自行车至少以怎样的速度才能在40分钟内将通知送到？

2．水是人类最宝贵的资源之一，我国水资源人均占有量远远低于世界平均水平。为了节约用水，保护环境，学校于本学期初便制定了详细的用水计划。如果实际每天比计划多用一吨水，那么本学期的用水总量将会超过2300吨；如果实际每天比计划节约一吨水，那么本学期用水总量将会不足2100吨，如果本学期的在校时间按110天（22周）计算，那么学校计划每天用水应控制在什么范围（结果保留四个有效数字）？

**五、思考题**

已知不等式组的解集为-1<*x*<1，则（*a*+1）（*b*-1）=

《一元一次不等式组》例题详细解答

例1 解： 不难求出所围成的正方形和圆的面积分别为：由于，所以无论取何值时，圆的面积总大于正方形的面积。

（[返回](#T1)）

例2解： 设小颖家这个月的用水量是，由于，所以按她家规定，用水量可以超过，所以得：，即

（1）利用“等式”解“不等式”，用“数”来表示“解集”

的解为，与方程类比可得：当时，，，所以

（2）利用“数轴”的形象直观，用“形”来表示“解集”，

（可分三步走：1画数轴2定界点3走方向）

的解集在数轴上表示为：



（3）数形结合，则更胜一筹。

（[返回](#T2)）

例3 解： 解不等式，因为：****， 所以：正整数解为1，2，3

所以： 即： ， 故的值应取。

（[返回](#T3)）

例5 解 甲生：解：由①②可得：，③

解不等式得

故：原不等式组的解集为。

乙生：解：取，它满足，把代入①会得到，这说明甲错了。错在什么地方呢？解不等式组不能套用解方程组的方法—由两个方程变形为一个方程求解，具体到本题，由①②完全可以推出③，但由③并不能推出①和②，也就是说，③的解集并不能保证是原不等式组的解集。

丙生：解：解不等式①，得，解不等式②，得，在数轴上表示①②的解集如下：

故这个不等式组的解集为。

（[返回](#T5)）

例6 解： 设生产*N*型号的时装套数为*x*，则生产*m*型号的时装有（80－*x*）套，用这批布料生产这两种型号的时装所获的总利润为*y*元，根据题意可得不等式组为：

因为*x*为整数，所以*x*的取值范围为40，41，42，43，44。

又因为 即

经检验当时，*y*有最大值

当时，*y*最大值

即：当*N*型号时装生产44套时，所获利润最大，最大利润是3820元。

（[返回](#T6)）

《一元一次不等式组》练习题参考答案

1． 2．无数，10，*x*＝1，2，3，…，10；

3．，； 4．*C*； 5．*B*； 6．*C*；

7．解：设通讯员至少以*km*/*h*的速度行进才能在40*min*内将通知送到，由题意得



解得 

答：通讯员至少以16 *km*/*h*的速度行进才能在40*min*内将通知送到；

8．解：设学校计划每天用水吨，由题意，得



解这个不等式组，得

所以

答：学校计划每天用水量应控制在19.91～20.09吨。